

اندازه‌گیری (بخش دوم)

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

اندازه‌گیری در زندگی روزمره‌ی ما کاربرد عملی فراوانی دارد و در شبانه‌روز کاری نیست که به اندازه‌گیری مرتبط نباشد. این موضوع از دوره‌ی ابتدایی در آموزش ریاضیات مطرح شده و خود، یکی از موضوع‌های مهم ریاضیات ابتدایی است. علاوه بر این، اندازه‌گیری بستری برای یادگرفتن مباحث دیگر در ریاضیات است و با توانایی تخمین زدن نیز به صورت تنگاتنگ گره می‌خورد (به مطلبی درباره‌ی تخمین در شماره‌ی پنجم مجله در همین دوره مراجعه کنید). ارتباط اندازه‌گیری با تخمین را در مطلب شماره‌ی گذشته ببینید). در مطلب پیش رو، پس از یادآوری مفهوم اندازه‌گیری و مراحل آن، روی واحدهای اندازه‌گیری تمرکز و آن‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم. موضوع‌های مهم مرتبط با آن‌ها را هم مطرح خواهیم کرد.

یادآوری: اندازه‌گیری چیست و مراحل آن کدام‌اند؟

اندازه‌گیری فرایندی است که در آن عددی را به صفتی از یک شیء یا حالت نسبت می‌دهیم. مراحل آن عبارت‌اند از:

- تشخیص صفتی که باید اندازه‌گیری شود با استفاده از مقایسه‌ی اشیا:
 - به‌طور محسوس؛
 - به‌طور غیرمستقیم؛
 - به‌طور غیرمستقیم و از طریق یک نشانه.
- انتخاب یک واحد اندازه‌گیری برای آن صفت:
 - به دلخواه؛
 - به‌طور استاندارد.
- مقایسه‌ی صفت در شیء موردنظر با همان صفت در واحد اندازه‌گیری.
- یافتن تعداد دفعات تکرار واحد اندازه‌گیری (یعنی اندازه‌ی شیء):
 - با شمارش؛
 - با استفاده از ابزار اندازه‌گیری؛
 - با استفاده از فرمول و محاسبه.
- گزارش تعداد دفعات تکرار واحد اندازه‌گیری (یعنی بیان اندازه‌ی موردنظر).

واحدهای استاندارد اندازه‌گیری

برای اندازه‌گیری، سه ویژگی بسیار اساسی اشیا یعنی طول، جرم و زمان، به ترتیب واحدهای استاندارد متر، گرم و ثانیه قرار داده شده است و به آن‌ها دستگاه «متریک» می‌گویند. سطح و حجم، که ویژگی‌های دو بعدی و سه بعدی هستند، به‌طول وابسته‌اند (که یک بُعدی است) و واحدهای استاندارد آن‌ها به ترتیب متر مربع (یعنی مربعی به اضلاع ۱ متر) و متر مکعب (مکعبی به اضلاع ۱ متر) است. واحد اندازه‌گیری گنجایش، لیتر است. یک لیتر در واقع گنجایش مکعبی به اضلاع ده سانتی‌متر است. برای اینکه دقت اندازه‌گیری بیشتر شود، هر واحد استاندارد را به واحدهای کوچک‌تری تقسیم می‌کنیم. در این تقسیم‌بندی باید واحد را به قسمت‌های برابر هم تقسیم کرد. تعداد این قسمت‌ها توانی از ده است (درست مانند ارزش‌های مکانی در عددنویسی با سیستم دهدهی). برای نمونه، واحد اصلی استاندارد طول (متر) را در نظر بگیرید. این واحد پاره‌خطی است به اندازه‌ی یک متر. اگر آن را به ۱۰ قسمت برابر تقسیم کنیم، هر قسمت را یک دسی‌متر می‌نامند. اگر واحد را به ۱۰۰ قسمت برابر تقسیم کنیم، آن را یک سانتی‌متر می‌نامند. و بالاخره اگر واحد را به ۱۰۰۰ قسمت برابر تقسیم کنند، هر قسمت را یک میلی‌متر می‌نامند. به همین ترتیب، واحدهای دسی‌گرم، سانتی‌گرم و میلی‌گرم را برای جرم داریم که با تقسیم واحد استاندارد گرم به ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ قسمت برابر به وجود می‌آیند و البته، تنها استفاده از میلی‌گرم متداول است. همچنین، میلی‌لیتر واحد متداول کوچک‌تر برای اندازه‌گیری گنجایش است. علاوه بر قسمت‌بندی واحد به واحدهای کوچک‌تر برای افزایش دقت اندازه‌گیری، برای اندازه‌گیری اشیایی که اندازه‌ی آن ویژگی‌شان عدد بزرگی است، واحد اصلی را به تعدادی کنار هم قرار می‌دهیم تا واحد بزرگ‌تری به دست آید. این تعداد نیز باید توانی از ده باشد. باز هم واحد اصلی طول (متر) را در نظر بگیرید. اگر ۱۰ متر را به هم بچسبانیم، یک دکامتر می‌شود. اگر ۱۰۰ تا متر را به هم بچسبانیم، یک هکتومتر تشکیل می‌شود و بالاخره، ۱۰۰۰ تا متر می‌شود یک کیلومتر. در اندازه‌گیری جرم، تنها واحد کیلوگرم متداول است و در اندازه‌گیری گنجایش، واحد بزرگ‌تر از لیتر که به این واحد وابسته باشد رایج نیست و از واحدهای وابسته به متر مکعب استفاده می‌شود که درباره‌ی آن‌ها صحبت خواهیم کرد. به این واحدهای کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از واحد اصلی استاندارد که از آن به دست آمده‌اند، واحدهای فرعی می‌گوییم. توجه کنید که واحدهای اندازه‌گیری زمان از این شیوه تبعیت نمی‌کنند. واحدهای بزرگ‌تر از ثانیه، دقیقه و ساعت هستند که هر دقیقه ۶۰ برابر ثانیه و هر ساعت ۶۰ برابر دقیقه (یعنی $3600 = 60^2$ برابر ثانیه) است.

واحدهای اندازه‌گیری در عمل

برای تعیین اندازه‌ی یک ویژگی در یک شیء یا موقعیت یا حالت، با استفاده از واحد مشخص، چند کار می‌توان انجام داد. فرض کنید می‌خواهیم سطح یک جعبه‌ی مکعبی شکل را با واحد سانتی‌متر مربع اندازه بگیریم:

- تعداد خیلی زیاد مربع‌های کوچک ۱ سانتی‌متر مربعی (مربعی به اضلاع ۱ سانتی‌متر) داشته باشیم و آن‌ها را کنار هم روی سطح جعبه بچینیم تا کاملاً سطح آن را بپوشانند. بعد تعداد آن‌ها را بشماریم.
 - یک مربع ۱ سانتی‌متر مربعی را روی سطح موردنظر بچسبانیم و بشماریم تا سطح را کاملاً طی کند.
 - از فرمول‌های محاسبه‌ی سطح استفاده کنیم (در واقع، اندازه‌ی طول و عرض و ارتفاع جعبه را با استفاده از ابزاری مانند خط‌کش یا به روش دیگری به دست می‌آوریم. این اعداد را در فرمول سطح مکعب قرار می‌دهیم و سطح را محاسبه می‌کنیم).
- (ارتفاع×عرض)×۲+(ارتفاع×طول)×۲+(عرض×طول)×۲=سطح مکعب

کدام واحد؟

واحد متداول برای سطح‌های خیلی بزرگ هکتار است). چون واحدهای فرعی سطح، مستقیم از روی خود واحد اصلی یعنی متر مربع به دست نیامده‌اند، ارتباط آن‌ها با متر مربع نیز باید از روی ارتباط واحدهای طول با هم پیدا شود. برای نمونه، برای پیدا کردن اینکه یک متر مربع در خود چند سانتی‌متر مربع دارد، به شکل زیر نگاه کنید:

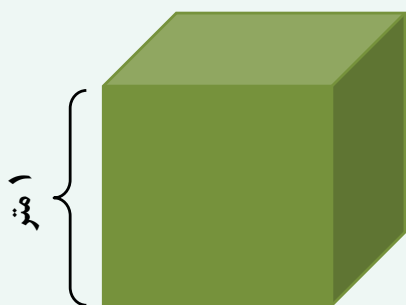
مربعی به ضلع یک متر داریم، که هر ضلع آن ۱۰۰ سانتی‌متر است؛ یعنی هر ضلع آن به ۱۰۰ پاره‌خط هم‌اندازه‌ی یک سانتی‌متری تقسیم شده است. پس کل مربع از 100×100 مربع کوچک ۱ سانتی‌متر مربعی تشکیل شده است. این یعنی: هر متر مربع ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع است.

به همین ترتیب، ارتباط بین واحدهای اندازه‌گیری سطح به دست می‌آید. آن را در جدول‌های زیر خلاصه کرده‌ایم:

یک... چند...؟	متر مربع	سانتی‌متر مربع	میلی‌متر مربع
متر مربع	۱	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰
سانتی‌متر مربع	یک ده‌هزارم	۱	۱۰۰
میلی‌متر مربع	یک میلیونوم	یک صدم	۱

در جدول بالا چه نظم‌ها و الگوهای می‌بینید؟

اکنون شما بگویید یک متر مربع چه کسری از یک هکتار است (یعنی هکتار چند برابر متر مربع است)؟ به طریق مشابه برای حجم داریم: واحد اصلی استاندارد حجم، مکعبی است که اضلاع آن یک متر است. به آن متر مکعب می‌گوییم.



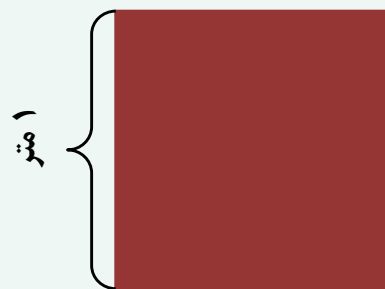
جدول مشابهی برای واحدهای حجم بسازید. بد نیست بدانید که یک لیتر همان یک دسی‌متر مکعب است. با این تعریف، یک متر مکعب چند لیتر است؟ آیا حالا می‌توانید بگویید چرا میلی‌متر همان سانتی‌متر مکعب است؟ (به جدولتان مراجعه کنید).

درباره‌ی تبدیل واحدهای سطح و حجم، خواندن مطلب زیر را توصیه می‌کنیم: مقاله‌ی «آخرش چند تا؟» نوشته‌ی محدثه کشاورز اصلانی؛ مجله‌ی رشد برهان متوسطه‌ی اول، دوره بیست و سوم، شماره ۵، بهمن ۱۳۹۶، صص ۱۰-۱۱. برای دریافت مقاله به لینک مقابل مراجعه کنید: yon.ir/ebtedayi

همان‌طور که پیش از این نیز گفتیم، برای اندازه‌گیری یک ویژگی مشخص از یک شیء یا یک موقعیت یا حالت، باید واحدی را انتخاب کنیم که همان ویژگی را داشته باشد. در واقع، برای اندازه‌گیری همان ویژگی مشخص قرارداد شده باشد. مثلاً برای اندازه گرفتن فاصله‌ی دو مکان باید از واحد «طول» استفاده کرد، زیرا فاصله‌ی دو مکان از جنس «طول» است. اما واحدهای متعددی برای طول داریم: واحد اصلی متر و واحدهای فرعی وابسته به آن. این فاصله را می‌توان هم با واحد متر بیان کرد و هم با هر یک از واحدهای کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از متر. هر چه واحد کوچک‌تر باشد، تعداد بیشتری از آن در شیء موردنظر جا می‌شود. بنابراین، عدد اندازه‌ی بزرگ‌تر بیان می‌شود. برعکس، هر چه واحد بزرگ‌تر باشد، عدد کمتری از آن در شیء موردنظر جا می‌شود. بنابراین، عدد اندازه‌ی کوچک‌تر بیان می‌شود. به همین دلیل است که برای اندازه‌گیری موردنظر، پس از تشخیص ویژگی و تعیین واحد استاندارد برای آن، باید براساس درکی که از بزرگی اندازه‌ی موردنظرمان داریم، واحد فرعی مناسب را انتخاب کنیم.

«سطح» و «حجم» به طول وابسته‌اند

سطح و حجم دو ویژگی بسیار مهم‌اند که ما در مواقع بسیاری به اندازه‌ی آن‌ها نیاز داریم. برای این دو ویژگی واحد مستقلی قرارداد نشده است و واحدهای آن‌ها به واحد طول یعنی «متر» وابسته‌اند. واحد اصلی استاندارد سطح، مربعی است که اضلاع آن یک متر است. به آن متر مربع می‌گوییم.



برای به دست آوردن واحدهای فرعی سطح، از واحدهای فرعی طول استفاده می‌کنیم:

- ۱ دسی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک دسی‌متر؛
- یک سانتی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک سانتی‌متر؛
- یک میلی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک میلی‌متر؛
- یک هکتار، مربعی است به ضلع یک هکتومتر مربع (تنها)

اندازه‌گیری و مفهوم کسر

شما هر واحدی برای اندازه‌گیری یک ویژگی، مثلاً طول، انتخاب کنید، اندازه‌ی بیشتر اشیا را نمی‌توانید با یک عدد صحیح بیان کنید و ناچار خواهید بود اندازه‌ها را به صورت تقریبی بگویید: کمی بیشتر از فلان مقدار، نزدیک بهمان مقدار، بین فلان و بهمان مقدار، و ... دیدیم که برای شناخت و بیان اندازه‌ی دقیق‌تری از اشیا، واحدها را خردتر و به قسمت‌های برابر تقسیم می‌کنیم و با استفاده از آن‌ها که کسرهایی از واحد اصلی اندازه‌گیری هستند، می‌توانیم اندازه‌ی شیء موردنظرمان را با دقت بیشتری بیان کنیم. در واقع، از نظر تاریخی نیز پیدایش کسر به دلیل همین نیاز بوده است. قرن‌ها پیش، بشر برای اندازه‌گیری از واحدهای طبیعی و دم‌دستی استفاده می‌کرد. مثلاً برای اندازه‌گیری طول از وجب استفاده می‌کرد. برای اندازه‌گیری‌های دقیق‌تر گاهی لازم بود از بخشی از این واحدها - مثلاً نیم وجب - استفاده شود.

این گونه بود که مفهوم کسر برای رفع نیازهای روزمره‌ی بشر پدیدار شد. این واحدهای کوچک‌تر که در واقع بخش‌هایی از واحد اصلی بودند، نام‌گذاری می‌شدند. رفته‌رفته از همین نام‌ها برای اندازه‌گیری بخش‌های کوچک‌تر واحدهای اندازه‌گیری حجم و مساحت و پول نیز استفاده شد.

پی‌نوشت‌ها

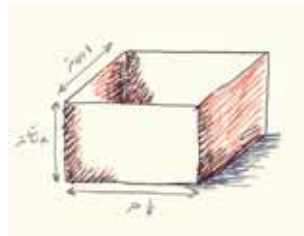
۱. این شیوه‌ی تقسیم‌بندی به زمان خیلی قبل برمی‌گردد که دستگاه شمارش انسان در مبنای شصت بود.
۲. اغلب دانش‌آموزان به اشتباه فکر می‌کنند که یک متر مربع هم ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است. در حالی که علاوه بر دانستن ارتباط بین دو واحد متر و سانتی‌متر، باید به ارتباط بین تعداد مربع‌های ایجاد شده درون یک شبکه‌ی مستطیلی و تعداد تقسیم‌بندی‌های اضلاع آن مستطیل نیز توجه کنند. این موضوع همان درک مفهوم ضرب دو عدد است.
۳. برای خواندن جدول، اول سطر را بخوانید بعد ستون را.

منابع

1. Van de Walle, J.A. Karp K. S., Bay-Williams, J.M., Wray, J. (2013). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally (eighth edition). NJ: Pearson.
۲. ریس، رابرت ای. سایدام، مرلین، ن. لیندکوئیست، مری مونگومری (۱۳۷۷). کمی به کودکان در یادگیری ریاضیات. ترجمه‌ی مسعود نوروزیان، انتشارات مدرسه، چاپ اول. ۱۳۷۷.

مسئله حل کنیم

درباره‌ی جعبه‌ی مکعب مستطیلی شکل زیر که در هم ندارد، به این سؤال‌ها پاسخ دهید:
الف) درون آن را از آب کاملاً پر کردیم. چند سی‌سی آب داخل آن هست؟
ب) روی آن را با کاغذ رنگی پوشانده‌ایم. چند مترمربع کاغذ مصرف کرده‌ایم؟



پاسخ

الف) از آنجا که می‌خواهیم گنجایش جعبه را برحسب واحد سی‌سی (یعنی سانتی‌مترمربع) به دست بیاوریم، پس تمام ابعاد جعبه (یعنی طول و عرض و ارتفاع آن) را نیز برحسب سانتی‌متر به دست می‌آوریم.

ب) برای یافتن کاغذ مصرف شده، باید سطح‌های چهار وجه دورتادور جعبه و وجه زیرین آن را روی هم به دست بیاوریم. از آنجا که این سطح را برحسب واحد مترمربع لازم داریم، این بار تمام ابعاد جعبه را به متر تبدیل می‌کنیم. سپس مساحت و جوه را (که مستطیل شکل هستند) حساب و با هم جمع می‌کنیم. راه‌حل کامل مسئله را در تصویر زیر ببینید.

الف) درست است! ابعاد مکعب مستطیل بر حسب سانتی‌متر:

طول مکعب مستطیل: ۲۵ سانتی‌متر متر است، پس
 $25 \times 100 = 2500 \text{ cm}$ طول
 عرض مکعب مستطیل: ۱۰ سانتی‌متر است، پس
 عرض ۱۰ سانتی‌متر
 حجم (کابایت) مکعب مستطیل بر حسب سانتی‌متر مکعب:
 $2500 \times 10 \times 8 = 20000 \text{ cc}$

سؤال: ۲۰۰۰۰ cc چند لیتر است؟ به دست است و هر لیتر ۱۰۰۰ سی‌سی است، پس
 $20000 \div 1000 = 20 \text{ lit}$

ب) طول = $\frac{1}{100}$ متر = عرض = $\frac{1}{100}$ متر، ارتفاع = $\frac{8}{100}$ متر

$$S_{\text{ج}} = \left(25 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \right) + \left(25 \times \frac{1}{100} \times \frac{8}{100} \right) + \left(25 \times \frac{1}{100} \times \frac{8}{100} \right)$$

$$= \frac{25}{10000} + \frac{200}{10000} + \frac{200}{10000}$$

$$= \frac{4}{2000} + \frac{40}{2000} + \frac{40}{2000} = \frac{84}{2000} = 2150 \text{ m}^2$$